प्रैक्टिस पेपर – I

कक्षा : दसवीं

विषय : गणित (041)

उत्तर (हल सहित)

सामान्य निर्देश :

1. दिए गए हल सूचक मात्र हैं।
2. सही उत्तर प्राप्त करने के दूसरे तरीके भी मान्य हैं।

1. (C) 338

$$LCM \times HCF = \text{संख्याओं का गुणनफल}$$

$$LCM \times 13 = 26 \times 169$$

$$LCM = \frac{26 \times 169}{13}$$

$$LCM = 338$$

2. (C) 1

दिया है : $\cos A + \cos^2 A = 1$

$$\cos A = 1 - \cos^2 A$$

$$\cos A = \sin^2 A$$

$$\sin^2 A + \sin^4 A = \sin^2 A + (\sin^2 A)^2$$

$$= \cos A + \cos^2 A$$

$$= 1$$

3. (C) तीन दशमलव स्थान

$$\text{हर} = 125 = 5 \times 5 \times 5 = (5)^3$$

4. (B) 8 इकाई

यहाँ $x_1 = 0 \quad y_1 = 6 \quad x_2 = 0 \quad y_2 = -2$

$$\text{दूरी सूत्र} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$= \sqrt{0 + (-2-6)^2}$

$= \sqrt{(-8)^2} = \sqrt{64} = 8$

(5) (c) अनेक हल

$a_1 = 5 \quad b_1 = -15 \quad c_1 = -8$

$a_2 = 3 \quad b_2 = -9 \quad c_2 = \frac{-24}{5}$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{5}{3} \qquad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-15}{-9} = \frac{5}{3} \qquad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-8 \times 5}{-24} = \frac{5}{3}$

अतः $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

(6) (c) 8 वर्ग मात्रक

$x_1 = 3 \quad y_1 = 0 \quad x_2 = 7 \quad y_2 = 0 \quad x_3 = 8 \quad y_3 = 4$

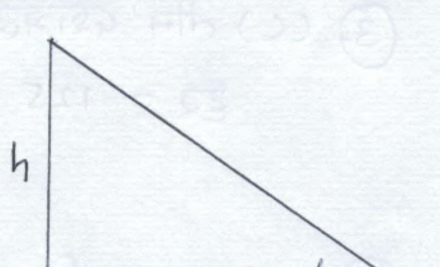
Δ का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[3(0-4) + 7(4-0) + 8 \times 0\right]$

$= \frac{1}{2}(-12 + 28) = \frac{1}{2} \times 16 = 8$

(7) (c) 25

चित्रानुसार



$\tan 45° = \frac{h}{25}$

$\frac{h}{25} = 1 \Rightarrow h = 25\ m$

⑧ (A) -8

यहाँ $x = \frac{a}{2}$, $y = 4$, $x_1 = -6$, $y_1 = 5$, $x_2 = -2$, $y_2 = 3$

मध्य - बिंदु $(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ $\quad$ $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$

$\frac{a}{2} = \frac{-6 + (-2)}{2} \Rightarrow a = -8$

⑨ (C) $\frac{1}{2}$

$$\frac{\frac{4\sin\alpha}{\cos\alpha} - \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}{\frac{4\sin\alpha}{\cos\alpha} + \frac{\cos\alpha}{\cos\alpha}}$$ (अंश तथा हर को $\cos\alpha$ से भाग करने पर)

$$= \frac{4\tan\alpha - 1}{4\tan\alpha + 1}$$

$$= \frac{3 - 1}{3 + 1}$$ (दिया है $4\tan\alpha = 3$)

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

(10) (c) 32

$n = 72 \qquad \frac{n}{2} = \frac{72}{2} = 36$

माध्यक वर्ग $= (8-16)$

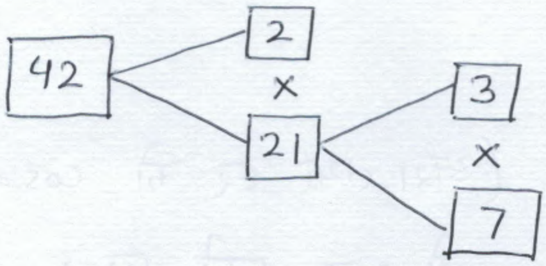
माध्यक वर्ग की उच्च वर्ग सीमा $= 16$

बहुलक वर्ग $= (8-16)$

बहुलक वर्ग की उच्च वर्ग सीमा $= 16$

योग $= 16 + 16 = 32$

(11)



(12) $d = (2-a)$, $d = a - \frac{4}{5}$

$d =$ सार्व अंतर

अतः $a - \frac{4}{5} = 2 - a$

$a + a = 2 + \frac{4}{5}$

$2a = \frac{14}{5}$

$a = \frac{7}{5}$

(13) समीकरण में $x = -\frac{1}{2}$ रखने पर

$$3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2k\times\left(-\frac{1}{2}\right) - 3 = 0$$

$$3\times\frac{1}{4} - k - 3 = 0$$

$$-k = 3 - \frac{3}{4}$$

$$k = -\frac{9}{4}$$

(14) दिया है $ST \parallel QR$

अतः $\angle S = \angle Q$ [अंतः एकांतर कोण]

$\angle T = \angle R$

AA समरूपता से $\triangle PST \sim \triangle PQR$

अतः $\dfrac{ar(\triangle PST)}{ar(\triangle PQR)} = \left(\dfrac{PT}{PR}\right)^2 = \left(\dfrac{2}{2+4}\right)^2 = \dfrac{4}{36} = \dfrac{1}{9}$

(15) बड़े वृत्त की जीवा छोटे वृत्त की स्पर्श-रेखा है। अतः $OB \perp AC$

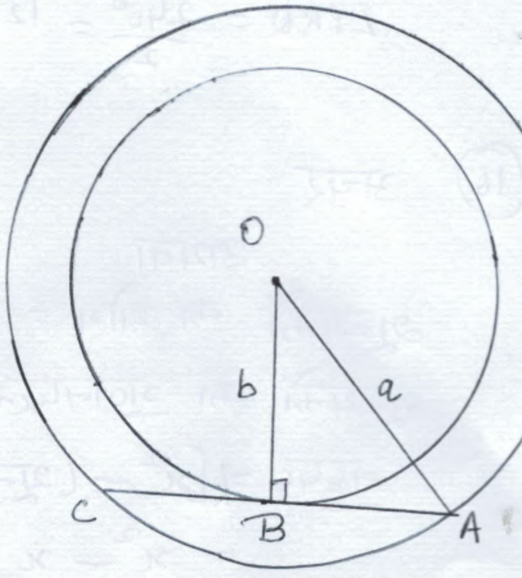
$\triangle OBA$ में

$AB^2 + OB^2 = AO^2$

(पाइथागोरस प्रमेय से)

$AB^2 + b^2 = a^2$

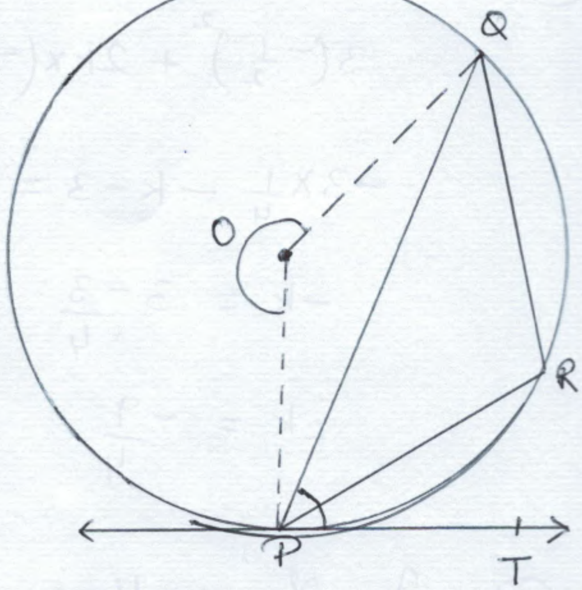
$AB = \sqrt{a^2 - b^2}$



जीवा AC की लंबाई $= 2AB$

$= 2\sqrt{a^2 - b^2}$

अथवा



रचना : OP तथा OQ को मिलाया।

तब $\angle OPT = 90^\circ$

(त्रिज्या OP तथा स्पर्श रेखा PT के मध्य बना कोण)

$\angle OPQ + \angle QPT = 90^\circ$

$\angle OPQ = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

ΔPOQ में $OP = OQ$ (त्रिज्याएँ)

अतः $\angle OPQ = \angle OQP$

$\angle OQP = 30^\circ$

ΔPOQ में $\angle OPQ + \angle OQP + \angle QOP = 180^\circ$

$30^\circ + 30^\circ + \angle QOP = 180^\circ$

$\angle QOP = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

प्रतिवर्ती $\angle QOP = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$

$2\angle PRQ$ = प्रतिवर्ती $\angle QOP$ (क्योंकि एक ही चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अंतरित कोण वृत्त के शेष भाग पर बने कोण का दुगुना होता है)

$2\angle PRQ = 240^\circ$

$\angle PRQ = \frac{240^\circ}{2} = 120^\circ$

(16) अचर

अथवा

शून्यकों का योग $= -3 + 4 = 1$

शून्यकों का गुणनफल $= -3 \times 4 = -12$

बहुपद $= k[x^2 -$ (शून्यकों का योग)$x +$ शून्यकों का गुणनफल$]$

$= x^2 - x - 12$ ($k = 1$ के लिए)

वैकल्पिक विधि: यदि -3 बहुपद का शून्यक है तब $(x+3)$ उस बहुपद का गुणनखण्ड है।

अत: $(x+3)$ तथा $(x-4)$ बहुपद के गुणनखण्ड हैं।

$$\text{बहुपद} = (x+3)(x-4)$$
$$= x^2-4x+3x-12$$
$$= x^2-x-12$$

(17) कुल परिणाम $= 52$

अनुकूल परिणाम = पान का इक्का नहीं $= 52-1 = 51$

$$P(E) = \frac{51}{52}$$

(18) प्रथम पद $= a$ सार्व अंतर $= d$

AP का nवाँ पद $a_n = a+(n-1)d$

(19) त्रिज्या r वाले अर्धगोले का कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 3\pi r^2$$

(20) ΔABC तथा ΔXYZ के परिमाप का अनुपात $= \frac{26}{39} = \frac{2}{3}$

अत: ΔABC तथा ΔXYZ के माध्यकों का अनुपात $= \frac{2}{3}$

भाग B

(21) $a=2$ $l=29$ $S_n=155$

$$S_n = \frac{n}{2}(a+l)$$

$$155 = \frac{n}{2}(2+29)$$

$$n = \frac{155 \times 2}{31} \Rightarrow n = 10$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_{10} = 2 + (10-1)d$$

$$29 = 2 + 9d$$

$$9d = 27$$

$$d = \frac{27}{9} = 3$$

(22) दिया है $\sec 4A = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$

$$\operatorname{cosec}(90^\circ - 4A) = \operatorname{cosec}(A - 20^\circ)$$

$$90^\circ - 4A = A - 20^\circ$$

$$A + 4A = 90^\circ + 20^\circ$$

$$5A = 110^\circ$$

$$A = \frac{110^\circ}{5} = 22^\circ$$

(23) एक पासे पर प्राप्त परिणाम = 6

दो पासों पर प्राप्त परिणाम = 6×6 = 36

अनुकूल परिणाम = (1,1) (2,2) (3,3) (4,4) (5,5) (6,6) = 6

प्रायिकता $= \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

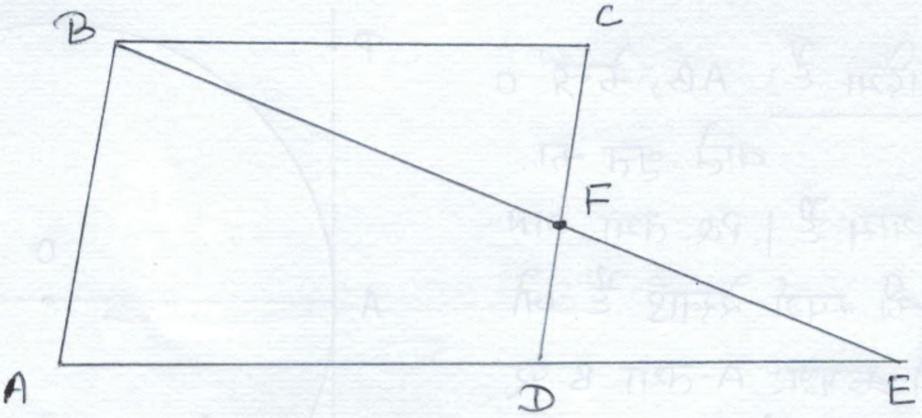
अथवा

एक लीप वर्ष में 52 पूर्ण सप्ताह होते हैं और दो दिन होते हैं।

संभावित परिणाम = (रवि, सोम) (सोम, मंगल) (मंगल, बुध) (बुध, गुरु) (गुरु, शुक्र) (शुक्र, शनि) (शनि, रवि)

अतः प्रायिकता (53 शुक्रवार) $= \frac{2}{7}$

(२४)



क्योंकि ABCD एक समांतर चतुर्भुज है, अतः $CD \parallel BA$

$\Rightarrow CF \parallel AB$ तथा $FD \parallel AB$

$CF \parallel AB \Rightarrow \angle CFB = \angle FBA$ (अंतः एकांतर कोण) ---(i)

$BC \parallel AE \Rightarrow \angle CBF = \angle BEA$ (अंतः एकांतर कोण) ---(ii)

(i) और (ii) से $\Delta ABE \sim \Delta CFB$ (AA समरूपता)

अथवा

ΔACB तथा ΔDAB में

$\angle C = \angle A$ (प्रत्येक 90°)

$\angle B = \angle B$ (उभयनिष्ठ)

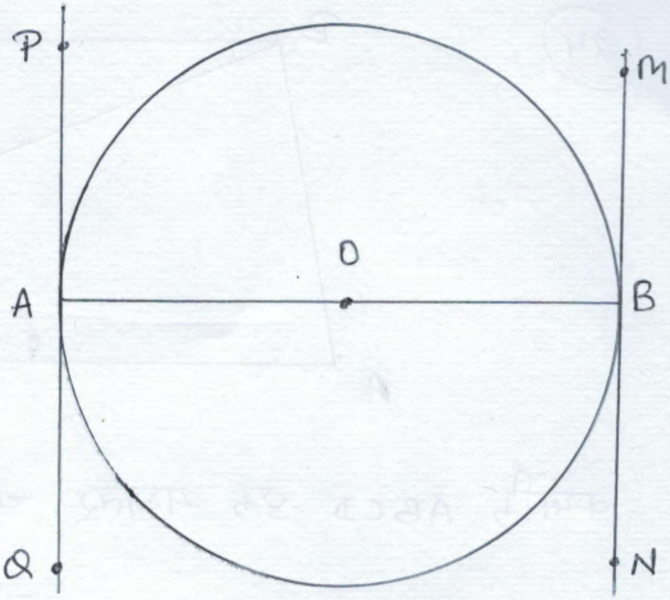
AA समरूपता से $\Delta ACB \sim \Delta DAB$

$$\Rightarrow \frac{AB}{DB} = \frac{CB}{AB}$$

$$\Rightarrow AB^2 = BC \cdot BD$$

(25) <u>दिया है:</u> AB, केन्द्र O वाले वृत्त का व्यास है। PQ तथा MN वृत्त की स्पर्श रेखाएँ हैं जो वृत्त को क्रमशः A तथा B पर स्पर्श करती हैं।

<u>सिद्ध करना है:</u> PQ || MN



<u>उपपत्ति:</u> OA तथा OB वृत्त की त्रिज्या हैं। त्रिज्या और स्पर्श-रेखा के मध्य बना कोण समकोण होता है, अतः

$$\angle OAP = \angle OAQ = \angle OBM = \angle OBN = 90^\circ$$

$\angle OBM = \angle OAQ$ (अंतः एकांतर कोण)

तथा $\angle OBN = \angle OAP$ (अंतः एकांतर कोण)

AB, रेखाओं PQ तथा MN की तिर्यक रेखा है जहाँ अंतः एकांतर कोणों के दोनों युग्म समान हैं, अतः PQ || MN.

(26) शंकु की त्रिज्या (r) = 3.5 cm ऊँचाई (h) = 3 cm

गोले की त्रिज्या (R) = 10.5 cm

$$\text{शंकुओं की संख्या} = \frac{\text{गोले का आयतन}}{\text{शंकु का आयतन}}$$

$$= \frac{4 \pi R^3}{\frac{1}{3} \pi r^2 h}$$

$$= \frac{4 \times 10.5 \times 10.5 \times 10.5 \times 3}{3.5 \times 3.5 \times 3}$$

शंकुओं की संख्या = 378

भाग C

(27) $a_{12} = -13$

$a + 11d = -13$ ---(i)

$S_4 = 24$

$\frac{4}{2}(2a + (4-1)d) = 24$

$2(2a + 3d) = 24$

$2a + 3d = 12$ ---(ii)

समीकरण (i) को 2 से गुणा करने पर तथा समीकरण (ii) को उसमें से घटाने पर

$$\begin{array}{rcl} 2a + 22d &=& -26 \\ -2a \pm 3d &=& -12 \\ \hline 19d &=& -38 \end{array}$$

$d = \frac{-38}{19}$

$d = -2$

$d = -2$ समीकरण (i) में रखने पर

$a + (11 \times -2) = -13$

$a + (-22) = -13$

$a = -13 + 22$

$a = 9$

प्रथम 10 पदों का योग $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 9 + (10-1) \times -2]$

$= 5(18 - 18)$

$S_{10} = 0$

(28) यदि 2 तथा −2 शून्यक हैं तब $(x+2)$ तथा $(x-2)$ बहुपद के गुणनखण्ड हैं।

एक अन्य गुणनखण्ड $= (x+2)(x-2) = x^2-4$

$$
\begin{array}{r|l}
x^2-4 & x^4 + x^3 - 34x^2 - 4x + 120 \;(x^2+x-30 \\
 & \underline{\cancel{x^4} \qquad\quad -4x^2} \\
 & \quad -\qquad\qquad + \\
 & x^3 - 30x^2 - 4x \\
 & \underline{\cancel{x^3} \qquad\quad -4x} \\
 & \quad - \qquad\qquad + \\
 & -30x^2 \quad +120 \\
 & \underline{-30x^2 \quad +120} \\
 & + \qquad\quad - \\
 & \underline{0}
\end{array}
$$

प्राप्त भागफल (x^2+x-30) भी बहुपद का एक गुणनखण्ड है।

$$x^2+x-30 = x^2+6x-5x-30$$
$$= x(x+6)-5(x+6)$$
$$= (x+6)(x-5)$$
$$x+6=0 \quad x-5=0 \Rightarrow x = -6, 5$$

बहुपद के सभी शून्यक $= 2, -2, 5, -6$

(29) $\dfrac{ax}{b} - \dfrac{by}{a} = a+b$

$a^2x - b^2y = (a+b)ab$

$a^2x - b^2y = a^2b + ab^2$ ---(i)

$ax - by = 2ab$ ---(ii)

समीकरण (ii) को a से गुणा करने पर तथा समीकरण (i) को उसमें से घटाने पर

$$a^2x - aby = 2a^2b$$
$$\underset{-}{a^2x} \underset{+}{-} b^2y = \underset{-}{a^2b} + ab^2$$

$$b^2y - aby = 2a^2b - a^2b - ab^2$$

$$(b^2 - ab)y = a^2b - ab^2$$

$$y = \frac{ab(a-b)}{-b(a-b)}$$

$$y = -a$$

$y=-a$ का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$ax + ab = 2ab$$
$$ax = ab$$
$$x = b$$

अतः $x=b$, $y=-a$

अथवा

माना अंश $= x$ तथा हर $= y$ अतः भिन्न $= \frac{x}{y}$

प्रश्नानुसार $x+y = 2y-3$

$$x - y = -3 \quad \text{---(i)}$$

$$\frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 2 = y - 1$$

$$2x - y = 1 \quad \text{---(ii)}$$

समीकरण (ii) में से समीकरण (i) घटाने पर

$$2x - y = 1$$
$$\underset{-}{x} \underset{+}{-} y = \underset{+}{-}3$$

$$x = 4$$

$x=4$ समीकरण (i) में रखने पर

$$4-y=-3$$

$$-y=-7$$

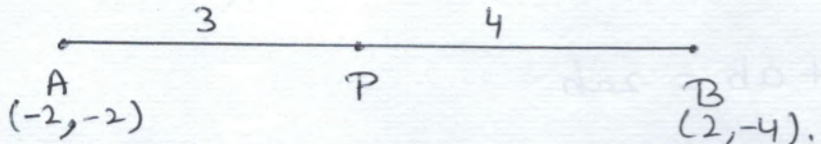
$$y=7$$

अतः भिन्न $= \frac{4}{7}$

(30) $x_1=-2 \quad y_1=-2 \quad x_2=2 \quad y_2=-4$

$$\frac{AP}{AB}=\frac{3}{7} \Rightarrow AP=3 \quad AB=7$$

$$PB=7-3=4$$



माना P के निर्देशांक (x,y) हैं।

$$m_1=3 \quad m_2=4$$

$$x=\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \quad y=\frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}$$

$$x=\frac{3\times 2+4\times -2}{3+4}, \quad y=\frac{3\times -4+4\times -2}{3+4}$$

$$x=\frac{6-8}{7}, \quad y=\frac{-12-8}{7}$$

$$x=\frac{-2}{7}, \quad y=\frac{-20}{7}$$

अतः P के निर्देशांक $\left(\frac{-2}{7}, \frac{-20}{7}\right)$ हैं।

(31) माना $(2-3\sqrt{5})$ एक परिमेय संख्या है, तब

$$2-3\sqrt{5} = \frac{a}{b}, \quad b \neq 0$$

$$3\sqrt{5} = 2-\frac{a}{b}$$

$$\sqrt{5} = \frac{2b-a}{3b}$$

क्योंकि 2, 3, a और b पूर्णांक हैं, इसलिए $\left(\frac{2b-a}{3b}\right)$ एक परिमेय संख्या होगी।

$\Rightarrow \sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

परंतु हम जानते हैं कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

अतः यह हमारा विरोधाभास है कि $(2-3\sqrt{5})$ एक परिमेय संख्या है। अतः यह निष्कर्ष निकलता है कि $(2-3\sqrt{5})$ एक अपरिमेय संख्या है।

अथवा

माना a कोई धनात्मक पूर्णांक है।

प्रश्नानुसार b = 3 है तब यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम से

$$a = 3q + r \quad , \quad r = 0, 1, 2$$

$\Rightarrow$ a को $3q+1$, $3q+2$ या $3q$ के रूप में लिखा जा सकता है।

$$(3q)^2 = 9q^2 = 3 \times 3q^2 = 3k$$

$$(3q+1)^2 = 9q^2 + 6q + 1 = 3(3q^2+2q)+1 = 3k_1+1$$

$$(3q+2)^2 = 9q^2 + 12q + 4 = 3(3q^2+4q)+4$$

$$= 3(3q^2+4q)+3+1 = 3(3q^2+4q+1)+1$$

$$= 3k_2+1$$

यहाँ 1, 2, 3, q सभी पूर्णांक हैं तथा सभी पूर्णांकों का गुणनफल भी एक पूर्णांक ही होता है।
अतः किसी भी धनात्मक पूर्णांक के वर्ग को $3m$ या $3m+1$ के रूप में लिखा जा सकता है।

(32) $$LHS = \frac{\sin\theta - \cos\theta}{\sin\theta + \cos\theta} + \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta - \cos\theta}$$

$$= \frac{(\sin\theta - \cos\theta)^2 + (\sin\theta + \cos\theta)^2}{(\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta - \cos\theta)}$$

$$= \frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta - 2\sin\theta\cos\theta + \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta - \cos^2\theta}$$

[क्योंकि $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$]

$$= \frac{1+1}{\sin^2\theta - (1 - \sin^2\theta)}$$ [क्योंकि $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$]

$$= \frac{2}{\sin^2\theta - 1 + \sin^2\theta} = \frac{2}{2\sin^2\theta - 1} = RHS$$

अथवा

$$\frac{5\cos^2 60^\circ + 4\cos^2 30^\circ - \tan^2 45^\circ}{\cos^2 60^\circ + \sin^2 30^\circ}$$

$$= \frac{5\times\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - (1)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2}$$

$$= \frac{\frac{5}{4} + \frac{12}{4} - 1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$$

$$= \frac{5+12-4}{4} \times \frac{4}{2} = \frac{13}{2}$$

(33) त्रिज्या $r = 14$ cm

ΔABC में $BC^2 = AB^2 + BC^2$ (पाइथागोरस प्रमेय से)

$BC = \sqrt{(14)^2 + (14)^2}$

$BC = 14\sqrt{2}$ cm

क्योंकि ABC वृत्त का चतुर्थांश है अत: $\angle ABC = 90^\circ$

अर्धवृत्त का व्यास $BC = 14\sqrt{2}$ cm

अर्धवृत्त की त्रिज्या $= \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}$ cm

छायाँकित भाग का क्षेत्रफल = अर्धवृत्त का क्षेत्रफल − (त्रिज्यखंड ABC का क्षेत्रफल − ΔABC का क्षेत्रफल)

$$= \frac{1}{2}\pi R^2 - \left(\frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi r^2 - \frac{1}{2} \times AC \times AB\right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times (7\sqrt{2})^2 - \left(\frac{1}{4} \times \frac{22}{7} \times (14)^2 - \frac{1}{2} \times 14 \times 14\right)$$

$$= 98 \text{ cm}^2$$

(34)

वर्ग-अंतराल	बारंबारता	संचयी बारंबारता
0 − 10	x	x
10 − 20	5	$5+x$
20 − 30	9	$14+x$
30 − 40	12	$26+x$
40 − 50	y	$26+x+y$
50 − 60	3	$29+x+y$
60 − 70	2	$31+x+y$
कुल	40	

दिया है $n=40$ अत: $31+x+y=40$

$$x+y=9$$

माध्यक $=32.5$ जो वर्ग-अंतराल 30−40 में स्थित है।

अत: $l=30$ $cf=14+x$ $f=12$ $h=10$

$$\text{माध्यक} = l+\left(\frac{\frac{n}{2}-cf}{f}\right)\times h$$

$$32.5 = 30+\left(\frac{20-14-x}{12}\right)\times 10$$

$$\frac{6-x}{12} = \frac{2.5}{10}$$

$$\frac{6-x}{12} = \frac{1}{4}$$

$$24-4x = 12$$

$$4x = 24-12$$

$$4x=12$$

$$x = 3$$

$$x+y=9 \Rightarrow y=6$$

अत: $x=3$, $y=6$

भाग D

35 $$\frac{1}{2a+b+2x} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{2x}$$

$$\frac{1}{2a+b+2x} - \frac{1}{2x} = \frac{1}{2a} + \frac{1}{b}$$

$$\frac{2x-2a-b-2x}{2x(2a+b+2x)} = \frac{b+2a}{2ab}$$

$$\frac{-(b+2a)}{2x(2a+b+2x)} = \frac{b+2a}{2ab}$$

$$\frac{-1}{x(2a+b+2x)} = \frac{1}{ab}$$

$$-ab = 2ax + bx + 2x^2$$

$$2x^2 + (2a+b)x + ab = 0$$

$$x = \frac{-(2a+b) \pm \sqrt{(2a+b)^2 - 4 \times 2 \times ab}}{2 \times 2}$$

$$= \frac{-2a-b \pm \sqrt{4a^2+b^2+4ab-8ab}}{4}$$

$$= \frac{-2a-b \pm \sqrt{4a^2+b^2-4ab}}{4}$$

$$= \frac{-2a-b \pm \sqrt{(2a-b)^2}}{4}$$

$$x = \frac{-2a-b \pm (2a-b)}{4}$$

$$x = \frac{-\cancel{2a}-b+\cancel{2a}-b}{4}, \quad x = \frac{-2a-\cancel{b}-2a+\cancel{b}}{4}$$

$$x = \frac{-2b}{4} = \frac{-b}{2}, \quad x = \frac{-4a}{4} = -a$$

अतः $x = -a, \frac{-b}{2}$

अथवा

माना हवाई यात्रा का मूल समय = x घंटे

कुल दूरी = 2800 किमी

मूल गति = $\frac{2800}{x}$ किमी/घंटा

प्रश्नानुसार $\left(\frac{2800}{x}\right) - 100 = \frac{2800}{x+\frac{1}{2}}$ [क्योंकि 30 मिनट = $\frac{1}{2}$ घंटे]

$$\frac{2800-100x}{x} = \frac{2800}{\left(x+\frac{1}{2}\right)}$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)(2800-100x) = 2800x$$

$$\cancel{2800x} - 100x^2 + 1400 - 50x = \cancel{2800x}$$

$$100x^2 + 50x - 1400 = 0$$

$$2x^2 + x - 28 = 0$$

$$2x^2 + 8x - 7x - 28 = 0$$

$$2x(x+4) - 7(x+4) = 0$$

$$(2x-7)(x+4) = 0$$

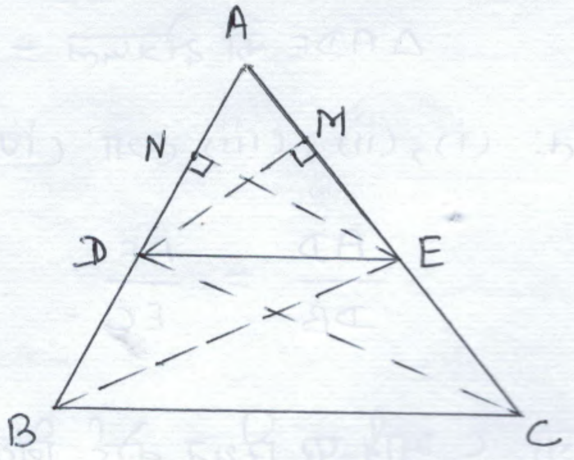
$$(2x-7) = 0 \quad , \quad x+4 = 0$$

$$x = \frac{7}{2} = 3.5 \quad , \quad x = -4$$

क्योंकि समय एक ऋणात्मक पूर्णांक नहीं हो सकता, अतः x का मान्य मान 3.5 है।

अतः हवाई यात्रा का मूल समय 3.5 घंटे है।

(36) थेल्स प्रमेय



दिया है : ΔABC

जिसमें $DE \parallel BC$

सिद्ध करना है : $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

रचना : BE और DC को मिलाया। $EN \perp AD$ तथा $DM \perp AE$ खींचा।

उपपत्ति : ΔADE का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times$ आधार $\times$ ऊँचाई

$$= \frac{1}{2} \times AD \times EN$$

ΔBDE का क्षेत्रफल $= \frac{1}{2} \times DB \times EN$

$$\frac{\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta BDE \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times EN}{\frac{1}{2} \times DB \times EN} = \frac{AD}{DB} \quad \text{---(i)}$$

इसी प्रकार $\dfrac{\Delta AED \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta CED \text{ का क्षेत्रफल}} = \dfrac{\frac{1}{2} \times AE \times DM}{\frac{1}{2} \times EC \times DM} = \dfrac{AE}{EC}$ ---(ii)

ΔBDE तथा ΔCED एक ही आधार BC तथा समांतर रेखाओं DE और BC के मध्य स्थित त्रिभुज हैं, अत:

$$\Delta BDE \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta CED \text{ का क्षेत्रफल} \quad \text{---(iii)}$$

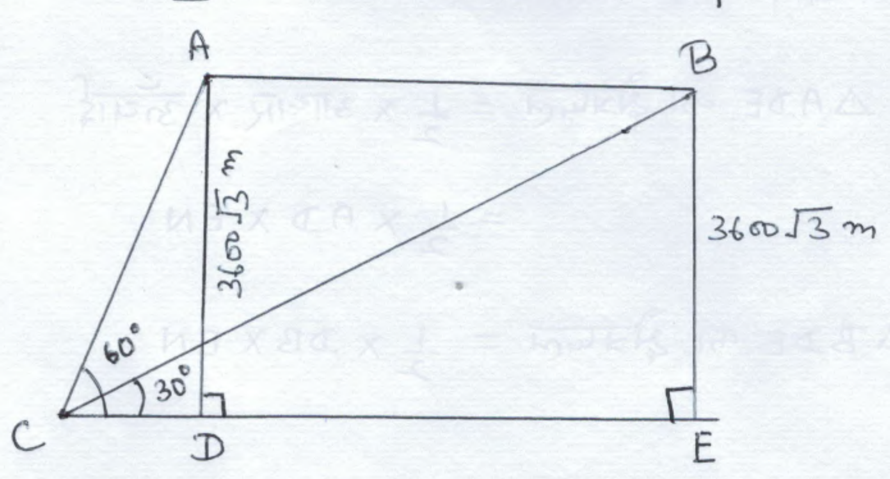
ΔADE तथा ΔAED एक ही त्रिभुज के दो नाम हैं, अत:

$$\Delta ADE \text{ का क्षेत्रफल} = \Delta AED \text{ का क्षेत्रफल} \quad \text{---(iv)}$$

अत: (i), (ii), (iii) तथा (iv) से

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

(37) माना C भूमि पर स्थित कोई बिंदु है और A वायुयान की प्रारंभिक स्थिति है। 30 सैकंड पश्चात वायुयान की स्थिति B है। AD तथा BE वायुयान की अचर ऊँचाई है।



ΔADC में $\angle D = 90^\circ$, अतः $\tan 60^\circ = \frac{AD}{CD}$

$$\sqrt{3} = \frac{3600\sqrt{3}}{CD}$$

$$CD = 3600\ m$$

ΔBEC में $\angle E = 90^\circ$, अतः $\tan 30^\circ = \frac{BE}{CE}$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{3600\sqrt{3}}{CE}$$

$$CE = (3600 \times 3)\ m$$

$$CE = CD + DE$$

$$DE = CE - CD$$

$$= (3600 \times 3) - 3600$$

$$= 3600(3-1) = 3600 \times 2 = 7200\ m$$

क्योंकि ABED एक आयत है जहाँ $AD = BE$ और

$\angle D = \angle E = 90^\circ$, अतः $AB = DE$

$$AB = 7200\ m$$

वायुयान द्वारा 30 सैकंड में तय की गई दूरी = 7200 m

$$\text{वायुयान की गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}}$$

$$= \frac{7200}{30}\ m/s$$

$$= \frac{7200 \times 60 \times 60}{30 \times 1000}\ \text{किमी / घंटा}$$

$$= 864\ \text{किमी / घंटा}$$

(38)

वर्ग	बारंबारता (fi)	वर्ग-चिन्ह	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
10-20	4	15	-30	-120
20-30	8	25	-20	-160
30-40	10	35	-10	-100
40-50	12	$\boxed{45}$ a	0	0
50-60	10	55	10	100
60-70	4	65	20	80
70-80	2	75	30	60
योग	50 Σf_i	a=45		-140 $\Sigma f_i d_i$

माध्य $\bar{x} = a + \dfrac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$

$= 45 + \dfrac{(-140)}{50}$

$= 45 - 2.8$

$\bar{x} = 42.2$

बहुलक : अधिकतम बारंबारता = 12

अतः बहुलक वर्ग = 40 - 50

बहुलक वर्ग की निम्न सीमा $l = 40$

बहुलक वर्ग की बारंबारता $f_1 = 12$

बहुलक वर्ग से ठीक पहले वर्ग की बारंबारता $f_0 = 10$

बहुलक वर्ग के ठीक बाद में आने वाले वर्ग की बारंबारता $f_2 = 10$

$h = 10$

$$\text{बहुलक} = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 40 + \left(\frac{12 - 10}{2 \times 12 - 10 - 10}\right) \times 10$$

$$= 40 + \left(\frac{2}{24 - 20}\right) \times 10$$

$$= 40 + \frac{2}{4} \times 10$$

$$= 40 + 5$$

$$\text{बहुलक} = 45$$

39 $r_1 = \frac{45}{2}$ सेमी $r_2 = \frac{25}{2}$ सेमी $h = 24$ सेमी

छिन्नक की तिर्यक ऊँचाई $l = \sqrt{h^2 + (r_1 - r_2)^2}$

$$l = \sqrt{(24)^2 + \left(\frac{45}{2} - \frac{25}{2}\right)^2}$$

$$l = \sqrt{576+100} = \sqrt{676}$$

$l = 26$ सेमी

बाल्टी को बनाने में लगी धातु की चादर का क्षेत्रफल

= छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल + वृत्तीय आधार का क्षेत्रफल

$$= \pi (r_1 + r_2) l + \pi r_2^2$$

$$= \frac{22}{7} \times \left(\frac{45}{2} + \frac{25}{2}\right) \times 26 + \frac{22}{7} \times \frac{25}{2} \times \frac{25}{2}$$

$$= \left(\frac{22}{7} \times 35 \times 26\right) + \left(\frac{22}{7} \times \frac{25}{2} \times \frac{25}{2}\right)$$

$= 3351.1$ सेमी^{2} (लगभग)

बाल्टी में पानी की मात्रा = शंकु के छिन्नक का आयतन

$$= \frac{1}{3} \pi h (r_1^2 + r_2^2 + r_1 r_2)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 24 \left(\left(\frac{45}{2}\right)^2 + \left(\frac{25}{2}\right)^2 + \frac{45 \times 25}{2 \times 2}\right)$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 24 \times \frac{3775}{4}$$

$= 23728.5$ सेमी^{3}

$= 23.72$ लीटर (लगभग)

अथवा

मैदान की लंबाई $l = 20$ मी

मैदान की चौड़ाई $b = 14$ मी

कुएँ का व्यास $d = 7\,m$ $\quad r = \frac{7}{2}\,m$

कुएँ की गहराई $h = 10$ मी

खुदाई से निकली मिट्टी = कुएँ का आयतन

$= \pi r^2 h$

$= \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 10$ मी^{3}

$= 385$ मी^{3}

मैदान के शेषभाग का क्षेत्रफल = मैदान का क्षेत्रफल − कुएँ की गोलाई का क्षेत्रफल

$= (l \times b) - \pi r^2$

$= (20 \times 14) - \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2}$

$= 280 - 38.5$

$= 241.5$ मी^{2}

मैदान के शेष भाग का क्षेत्रफल × मैदान की ऊँचाई = खुदाई से निकली मिट्टी की मात्रा

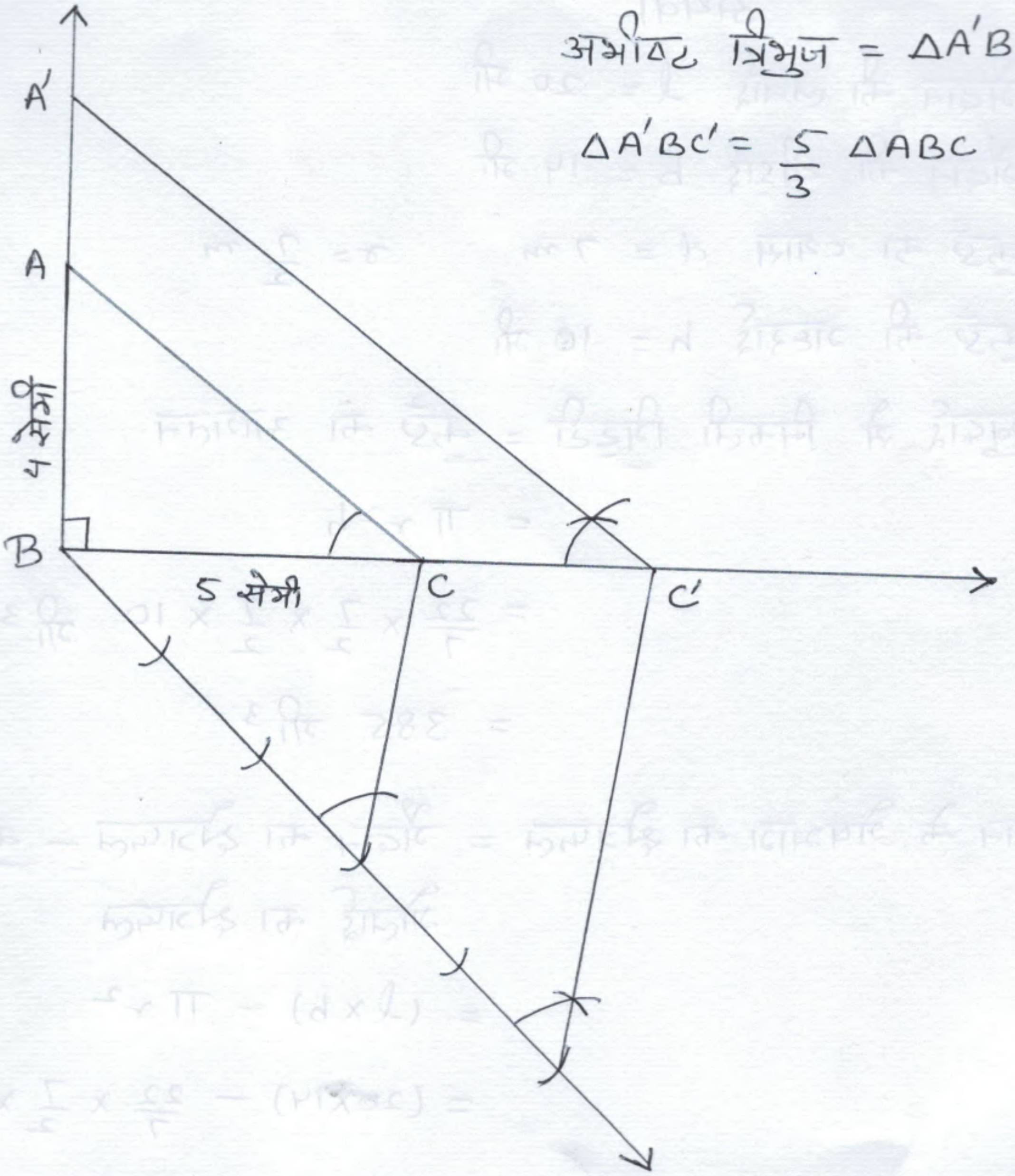
मैदान की ऊँचाई $= \frac{385}{241.5}$ मी

$= 1.6$ मी (लगभग)

40

अभीष्ट त्रिभुज = $\Delta A'BC'$

$\Delta A'BC' = \frac{5}{3} \Delta ABC$



अथवा